

doi: 10.3969/j.issn.1674-8425(z).2019.06.027

本文引用格式:牟奇春.基于改进二维 Haar 小波的图像去噪算法[J].重庆理工大学学报(自然科学),2019,33(6):177-183.

Citation format:MOU Qichun. Image Denoising Algorithm Based on Improved 2D Haar Wavelet[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science),2019,33(6):177-183.

基于改进二维 Haar 小波的图像去噪算法

牟奇春

(成都职业技术学院 软件学院,成都 610041)

摘 要:小波分解层数和阈值函数的选择会影响图像去噪的性能,为此提出了一种改进二维 Haar 小波阈值法实现图像去噪。该方法使用子带标准差来确定二维 Haar 小波变换后高频子带中信号能量的强弱,并以此决定是否进行下一层的小波分解。提出一种新的阈值函数,该阈值函数是连续的,可以克服硬阈值函数对于小波系数过度收缩的缺点,以及软阈值处理使图像边缘模糊的缺点,能在噪声小波系数和噪声之间提供更平滑的过渡图像信号小波系数。实验结果表明:所提方法在峰值信噪比(PSNR)和均方误差(MSE)方面优于其他方法。

关键词:二维 Haar 小波;阈值函数;图像去噪;峰值信噪比;均方误差

中图分类号:TP391

文献标识码:A

文章编号:1674-8425(2019)06-0177-07

Image Denoising Algorithm Based on Improved 2D Haar Wavelet

MOU Qichun

(School of Software, Chengdu Polytechnic, Chengdu 610041, China)

Abstract: The selection of wavelet decomposition levels and threshold function affects the performance of image denoising. An improved 2D Haar wavelet threshold method was proposed to realize image denoising in this paper. This method used sub-bands standard deviation to determine the signal energy in high frequency sub-bands after 2D Haar wavelet transform, and then decided whether to perform the next level of wavelet decomposition or not. In addition, a new threshold function was proposed, which is continuous. It can overcome the shortcomings of the hard threshold function that shrinks the wavelet coefficients excessively, and the soft threshold processing that blurs the edge of the image. It can provide a smoother wavelet coefficients between noise and wavelet coefficients of the transitional image signal. The experimental results show that the proposed method is superior to other methods in peak signal-to-noise ratio (PSNR) and mean square error (MSE).

Key words: 2D Haar wavelet; threshold function; image denoising; peak signal to noise ratio; mean square error

收稿日期:2018-10-17

基金项目:四川省教育厅2018年重点项目“现代展厅综合控制系统”(18ZA0170)

作者简介:牟奇春,男,硕士,副教授,主要从事计算机软件与网络应用研究, E-mail:mqc@foxmail.com。

随着个人计算机、智能手机和社交网络的发展,图像处理已经逐渐成为人们生活中不可或缺的一部分^[1-2]。图像处理在众多领域得到应用,如基于视觉的植物生长监测和识别^[3]、智能交通系统^[4]、生物医学成像、医学诊断和治疗操作^[5-6]、多媒体应用、对象跟踪和识别^[7-8]等。

实际上,图像在采集或传输过程中常被噪声损坏,因此去噪是图像预处理的一个重要部分,可以提高图像质量。图像去噪方法包括空间域滤波器和变换域滤波器^[9],最常使用的空间滤波器有优均值滤波器、高斯滤波器和中值滤波器。这些滤波器能使图像平滑但会导致图像边缘模糊,另一种常用的维纳滤波器需要噪声频谱和原始信号频谱的细节^[10]。自适应去噪滤波器则根据图像的统计特性进行操作,并以更高的复杂度实现更好的性能^[11]。基于频域的去噪方法通常使用傅里叶变换将图像从空间域转换到频域^[12],然后通过应用具有特定截止频率的滤波器去除噪声分量,最后使用傅里叶逆变换来获得去噪图像。但是,这些方法的时间复杂度较高,并且会模糊图像的细节。与仅提供频率信息的傅里叶变换相比,小波变换允许通过母小波的平移和频域扩张在两个时域中定位。小波变换不仅支持多分辨率架构,还具有稀疏性和能量压缩的优势^[13]。小波变换可以进行与尺度相关的时频信号定位,并进行信号分析以检测局部信号奇异性。这些特性使小波变换成为图像去噪的理想选择。

文献[14]使用基于双树复数小波变换的局部自适应窗双变量模型设计了一种图像去噪算法,然后根据邻域系数的相关性,选择合适的邻域窗口大小进行图像去噪,但该方法的计算复杂度较高。文献[15]提出一种基于离散小波变换的图像去噪方法,通过对比不同的小波类型对图像实现去噪,其去噪性能比双树复数小波方法的性能差。文献[16]提出一种新的分解层数和噪声阈值的小波去噪方法,计算时不需要噪声估计的噪声阈值,对正负小波系数使用单独的噪声阈值,对近似分量进行去噪,允许灵活调整噪声阈值,但实验信号

对信号失真的耐受性低于图像。

针对以上图像去噪方法的不足,本文在研究噪声图像的小波分解层数的基础上,提出了改进二维 Haar 小波变换的图像去噪算法。该方法使用子带的标准偏差来确定小波变换后高频子带中信号能量的强弱,并以此来确定是否进行下层小波分解。此外,提出了一种新的阈值函数,比较了多个阈值方案。实验结果表明:本文方法能实现图像去噪,去噪效果优于其他方法。

1 二维 Haar 小波变换

对于二维 Haar 离散小波变换 (discrete wavelet transform, DWT), $h(n)$ 表示低通滤波器, $g(n)$ 表示高通滤波器。首先,通过 $h(n)$ 和 $g(n)$ 对图像的每一行进行滤波,然后对滤波器结果进行频率为 2 的下采样,选择频率为 2 的下采样参数是由于 Haar DWT 所要求的简单性。之后,每个得到的列进一步通过 $h(n)$ 进行低通滤波,并通过 $g(n)$ 进行高通滤波。在频率为 2 的下采样之后,图像最终被分解为 4 个不同的子带。

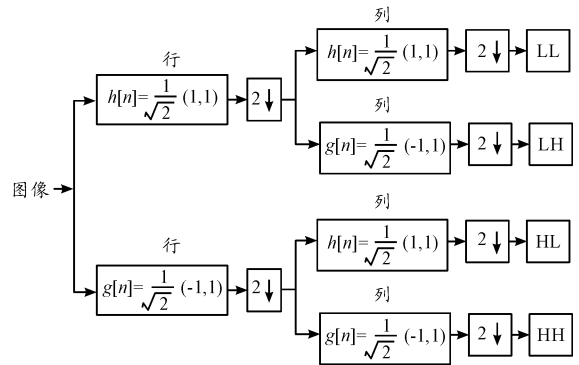


图1 图像的二维 Haar DWT 流程

在图1中,最终 2D Haar DWT 的结果为 LL, LH, HL 和 HH 四个不同的子带,LL 对应图像的近似,HL 对应图像的水平细节,LH 对应垂直细节,HH 对应图像的对角细节。可以通过使用 LL, HL, LH 和 HH 子带数据来构造图2所示的另一个新图像 IMG_Haar。

通过二维 Haar 逆离散小波变换 (Inverse dis-

crete wavelet transform, IDWT) 处理 IMG_Haar 以获得原始图像。二维 IDWT 执行二维 DWT 的逆操作。对于二维 IDWT, 低通滤波器保持不变, 但需要翻转高通滤波器系数。此外, 频率为 2 的下采样被更新为频率为 2 的上采样。

| | |
|----|----|
| LL | HL |
| LH | HH |

图 2 由图像的二维 Haar 子带数据构建的新图像

2 本文改进小波去噪方法

2.1 子带标准差确定小波分解层数

在图像数据^[15]中, 将加性高斯噪声作为主要的不必要干扰源进行研究。在二维 DWT 之后, 高斯噪声在不同频带上彼此独立, 但随着 DWT 规模的增大, 噪声能量迅速降低。另一方面, 原始图像信号在同一位置保持其局部最大值, 并且在二维 DWT 之后其能量不会迅速降低。

假设噪声图像为 $\text{Img}_{\text{noisy}}$, 纯图像 Img 和添加的白高斯噪声 G_{noise} 可以在等式(1)中表示。

$$\text{Img}_{\text{noisy}} = \text{Img} + G_{\text{noise}} \quad (1)$$

为了研究高斯噪声的行为, 假设加性高斯白噪声具有零均值和标准差 σ_{noise} , 并且上述 Img 等于零。然后, 在二维 Haar DWT 之后, 噪声能量将在所有子带中均匀分布。

如等式(2)和(3)所示, 在一级二维 Haar DWT 之后, 噪声将分布在 LL, HL, LH 和 HH 这 4 个不同子带中, 子带标准偏差值为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 和 σ_4 。假设均值为零时, 子带平均噪声能量与子带标准偏差值相关联。

$$\sigma_{\text{noise}} \approx \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2}{4}} \quad (2)$$

$$\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma_3 \approx \sigma_4 \quad (3)$$

从等式(2)(3)可以很容易地导出等式(4), 即子带噪声标准偏差近似等于 σ_{noise} 。

$$\sigma_i \approx \sigma_{\text{noise}}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

当执行更多小波分解时, 所有子带噪声的标准偏差近似等于 σ_{noise} 。在上述分析中, 仅考虑使用零均值和标准差为 30 的高斯噪声作为 512×512 大小的 $\text{Img}_{\text{noisy}}$ 。在二维 DWT 之后, 获得的子带标准偏差值是 $\sigma_1 = 29.9844, \sigma_2 = 29.9782, \sigma_3 = 29.9800$ 和 $\sigma_4 = 30.0494$ 。这证明高斯噪声子带标准偏差值接近原始高斯噪声标准偏差 30。

上述分析表明纯高斯噪声的行为发生。现假设 Img 在等式(1)中不等于零, 且将零均值高斯噪声添加到图像中。在一级二维 Haar DWT 之后, 子带 LL, HL, LH 和 HH 的标准偏差值分别为 $\sigma_{\text{new1}}, \sigma_{\text{new2}}, \sigma_{\text{new3}}$ 和 σ_{new4} , 则有:

$$\sigma_{\text{Img}_{\text{noisy}}} \approx \sqrt{\frac{\sigma_{\text{new1}}^2 + \sigma_{\text{new2}}^2 + \sigma_{\text{new3}}^2 + \sigma_{\text{new4}}^2}{4}} \quad (5)$$

考虑将零均值和标准偏差为 30 的高斯噪声添加到 512×512 Lena 图像中, 得到的 $\text{Img}_{\text{noisy}}$ 标准偏差表示为 $\sigma_{\text{Img}_{\text{noisy}}}$, 测得其为 56.4089。在二维 DWT 之后, 获得的子带标准偏差值是 $\sigma_{\text{new1}} = 99.2352, \sigma_{\text{new2}} = 31.8254, \sigma_{\text{new3}} = 30.8486$ 和 $\sigma_{\text{new4}} = 30.2621$ 。另外, $\sqrt{\frac{\sigma_{\text{new1}}^2 + \sigma_{\text{new2}}^2 + \sigma_{\text{new3}}^2 + \sigma_{\text{new4}}^2}{4}}$ 的值等于 56.4091, 实验表明: 等式(5)中的关系是正确的。

具有较高标准偏差值的子带通常表示其具有比其他子带更多的图像信号能量, 其他子带具有更多的噪声能量。在小波分解 k 层, 频图像分量位于 HL_k, LH_k 和 HH_k 中, 低频分量位于 LL_k 频段。本文算法将在具有更多噪声能量的子带上进行阈值处理。

本文提出的小波分解层的过程分为以下 3 个主要步骤。

步骤 1 在噪声图像上应用第 1 层二维 Haar DWT, 然后获得第 1 层高频子带的标准偏差值为 $\sigma_{\text{HL}_1}, \sigma_{\text{LH}_1}$ 和 σ_{HH_1} , 假设它们中的最小值是 σ_{min_1} 。如果以上 3 个值都接近 σ_{min_1} , 则表示 3 个子带中的所有子带都不受图像能量的支配。

因此,阈值处理可以直接应用于这3个高频频段。

如果第1层高频子带具有比 σ_{\min_1} 高得多的标准偏差值,则表明所识别的子带具有更多的图像信号能量,并且还应对所识别的第一层进行第2层小波分解。高频子带去除其相关的第2层高频子带中的噪声,这个阶段不需要递归。

步骤2 在 LL_1 子带上应用二维 Haar DWT,然后获得第2层高频子带的标准差值为 σ_{HL_2} 、 σ_{LH_2} 和 σ_{HH_2} 。假设它们中的最小值是 σ_{\min_2} 。如果这3个值都接近 σ_{\min_2} ,则将阈值直接应用于这3个高频子带。另一方面,如果任何子带标准偏差值远高于 σ_{\min_2} ,则只执行下一个层的小波分解,并且还生成附加的3个高频子带执行阈值,这个阶段不是递归的。

步骤3 在 LL_2 子带上应用二维 Haar DWT,然后执行与步骤2中描述的类似的分解和阈值处理策略,图像去噪处理在第3步结束时停止。

2.2 阈值函数

阈值的选择对于使用小波阈值方法进行图像去噪的算法性能至关重要。非常小的阈值不能充分消除噪声,而太大的阈值可以消除重要的图像特征。Donoho定义的通用阈值因为简单性常被使用。

$$\lambda = \sigma \sqrt{\log(\text{sig_len})} \quad (6)$$

$$\sigma = \text{median}(|HH_1|)/0.6745 \quad (7)$$

其中: λ 表示通用阈值, σ 表示通用阈值噪声的标准偏差,sig_len是信号的长度。根据式(8)使用依赖于分解层的阈值。

$$\lambda_k = \frac{\sigma \sqrt{\log(\text{sig_len})}}{k+1} \quad (8)$$

其中, k 表示二维 DWT 分解层数,使用的缩放参数 $1/(k+1)$ 是考虑当执行更多层数的二维 DWT 时子带中的高频分量将更多地受噪声能量支配。常用的阈值函数有硬阈值、软阈值和半软阈值函数。

硬阈值函数将小波系数的绝对值与阈值 λ 进行比较,它保留了绝对值大于阈值的小波系数,对于低于阈值的小波系数,则将小波系数设置为零,硬阈值函数描述为:

$$y = \begin{cases} x, & |x| \geq \lambda \\ 0, & |x| < \lambda \end{cases} \quad (9)$$

硬阈值函数是不连续的,具有保留图像局部特征(例如边缘)的特点,缺点是可能在重建图像中产生视觉失真。

软阈值函数将小波系数向零移位,绝对值大于 λ 的小波系数减去 λ ,其他系数都设置为0。软阈值处理后,小波域中的小波系数更平滑,重建图像看起来更平滑,软阈值函数描述为:

$$y = \begin{cases} \text{sign}(x) * (|x| - \lambda), & |x| \geq \lambda \\ 0, & |x| < \lambda \end{cases} \quad (10)$$

半软阈值是一种在软阈值和硬阈值之间进行插值的函数,它使用阈值 λ_1 和第二阈值 λ_2 ,半软阈值函数描述为:

$$y = \begin{cases} 0, & |x| < \lambda_1 \\ \text{sign}(x) \times \frac{|x| - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \times \lambda_2, & \lambda_1 \leq |x| < \lambda_2 \\ x, & |x| \geq \lambda_2 \end{cases} \quad (11)$$

本文在上述阈值函数的基础上,提出一种新的阈值函数,该阈值函数可以克服硬阈值函数对于小波系数过度收缩、软阈值处理使图像边缘模糊的缺点。所提出的阈值函数是连续的,且在有噪小波系数和图像信号小波系数之间提供了更平滑的过渡,本文阈值函数描述为:

$$y = \begin{cases} \text{sign}(x) \times (|x| - \frac{\lambda^3}{(|x| - \lambda)^2 + \lambda^2}), & |x| \geq \lambda \\ 0, & |x| < \lambda \end{cases} \quad (12)$$

当 $|x| = \lambda, y = 0$;当 $|x| = 2\lambda, |y| = \lambda/2$;当 $|x|$ 接近 ∞, y 将近似等于 x 。本文阈值函数如图3所示。

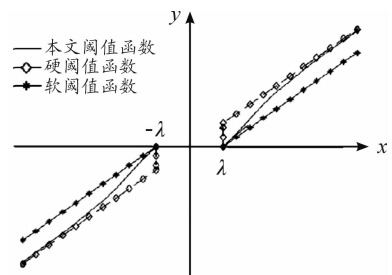


图3 本文阈值函数

3 实验结果与分析

本文图像去噪的性能指标是根据峰值信噪比 PSNR 和均方误差 MSE。PSNR 表达式为:

$$PSNR = 10 \times \log_{10} \left(\frac{255^2}{MSE} \right) \quad (13)$$

MSE 表达式为:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{ht} \sum_{j=1}^{wd} (IMG_{noisy_{ij}} - IMG_{ij})^2}{wd \times ht} \quad (14)$$

其中: $IMG_{noisy_{ij}}$ 表示噪声图像像素, IMG_{ij} 表示 i^{th} 行和 j^{th} 列中的原始图像像素值, wd 和 ht 表示图像的宽度和高度。图 4 给出了基于本文讨论不同方法的 512×512 灰度噪声 Lena 图像和去噪图像, 增加的高斯噪声均值为 0, 标准差为 30。

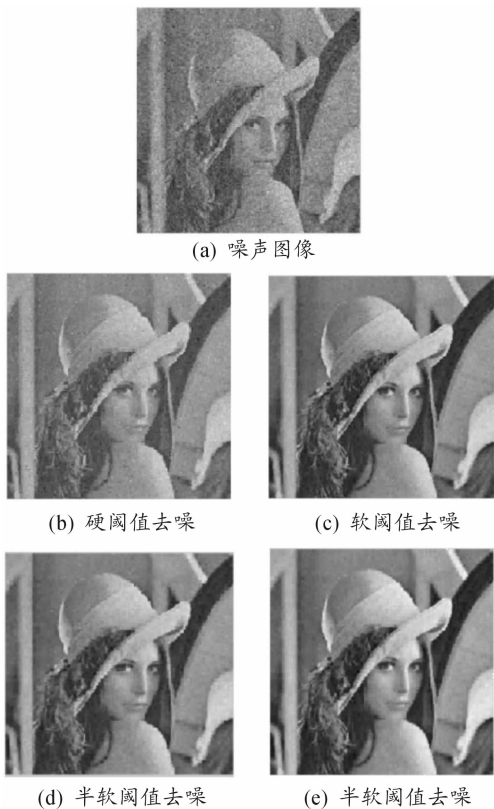


图 4 使用不同阈值函数去噪效果

在图 4 中, 噪声图像的 PSNR 值是 18.58, 使用硬阈值、软阈值、半软阈值和本文方法的去噪图

像的 PSNR 值分别为 23.87、26.90、26.39 和 27.30 dB。本文图像去噪性能优于其他 3 种阈值函数。图 5 和图 6 给出了标准差为 5 时高斯噪声图像的去噪 PSNR 和 MSE 值。表 1 给出了具有从 10 到 25 的不同高斯噪声标准差的 512×512 Lena 灰度图像的各种测试结果。

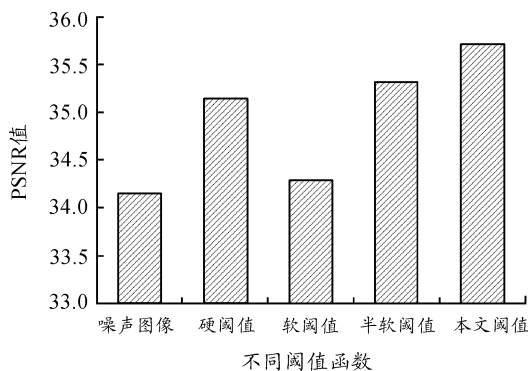


图 5 不同阈值函数下图像去噪 PSNR 值

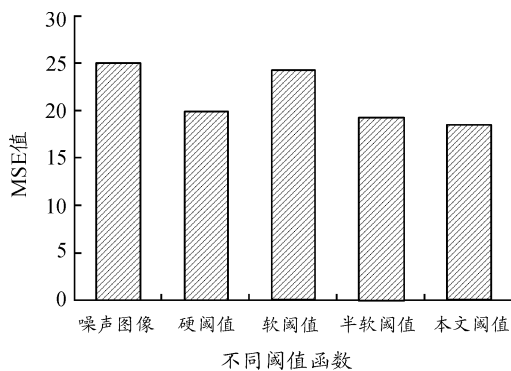


图 6 不同阈值函数下图像去噪 MSE 值

从图 5、图 6 和表 1 中数据可以得出: 本文方法能获得比硬阈值、软阈值和半软阈值方法更好的 PSNR 和 MSE 值。当标准差为 10 ~ 15 范围的值时, 本文方法性能比半软阈值方法好, 半软阈值方法能比硬阈值和软阈值方法获得更好的 PSNR 和 MSE 值。对于标准差为 20 ~ 25 范围的值, 软阈值方法具有仅次于本文方法的性能, 但比硬阈值和半软阈值方法能获得更好的 PSNR 和 MSE 值。

为了验证本文方法的有效性, 对 200 幅噪声图像进行实验, 得到其平均的 PSNR 和 MSE 值, 如图 7 所示, 此时高斯标准差为 10。

表1 不同标准值噪声下的去噪性能

| 高斯噪声 标准差 | 方法 | PSNR | MSE |
|-------------|------|-------|--------|
| 10 | 噪声图像 | 28.13 | 100.12 |
| | 硬阈值 | 30.98 | 51.87 |
| | 软阈值 | 31.15 | 49.90 |
| | 半软阈值 | 31.70 | 43.98 |
| | 本文阈值 | 32.05 | 43.12 |
| 15 | 噪声图像 | 24.60 | 225.27 |
| | 硬阈值 | 28.46 | 92.66 |
| | 软阈值 | 29.67 | 70.20 |
| | 半软阈值 | 29.77 | 68.62 |
| | 本文阈值 | 29.96 | 66.47 |
| 20 | 噪声图像 | 22.11 | 400.48 |
| | 硬阈值 | 26.65 | 140.80 |
| | 软阈值 | 28.48 | 92.19 |
| | 半软阈值 | 28.43 | 93.33 |
| | 本文阈值 | 28.87 | 88.33 |
| 25 | 噪声图像 | 20.17 | 625.75 |
| | 硬阈值 | 25.14 | 199.08 |
| | 软阈值 | 27.68 | 111.04 |
| | 半软阈值 | 27.33 | 120.25 |
| | 本文阈值 | 27.91 | 110.22 |

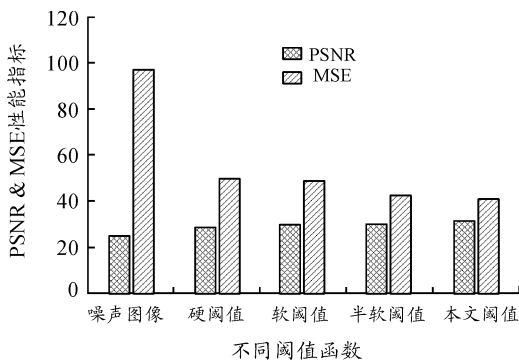


图7 不同阈值函数下图像去噪 PSNR 和 MSE 值

从图7中可以看出:本文方法对于多幅图像去噪得到的平均 PSNR 值和 MSE 值优于其他3种阈值函数,说明本文方法的有效性。

所提出的小波去噪方法使用二维 Haar DWT 和 IDWT 具有低复杂度,该算法要求低频带的三层小波分解,而与图像大小无关。只有当相关的子带标准偏差远高于同一层的其他子带的最小标准偏差时,才需要执行每个层的高频子带的下一

层小波变换;否则,不需要对高频子带进行进一步的小波分解。因此,本文提出的小波去噪方法的复杂程度与原始图像像素的总数呈线性关系,即 $O(n)$,其中 n 表示总图像像素数。

4 结束语

本文提出了一种能够确定小波分解层数的改进二维 Haar 小波阈值图像去噪方法。该方法能够根据子带的标准差来确定是否进行下一层小波分解。此外,提出了一种新的阈值函数,实现了比硬阈值、软阈值和半软阈值方法更好的去噪性能。该方法复杂度低、易于实现,且小波分解的层数不依赖于图像大小。提出的小波去噪算法仅需要 $O(n)$ 个实数运算。实验结果表明:本文方法能够有效实现图像去噪,去噪效果优于硬阈值、软阈值和半软阈值方法。未来工作将研究高频子带的标准差对小波阈值的影响。

参考文献:

- [1] GLOVER G H, LI T Q, RESS D. Image-based method for retrospective correction of physiological motion effects in fMRI: RETROICOR [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2015, 44(1): 162 - 167.
- [2] KARPATY A, FEIFEI L. Deep Visual-Semantic Alignments for Generating Image Descriptions [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 2017, 39(4): 664 - 676.
- [3] ARAKERI M P, KUMAR B P V, BARSAYIYA S, et al. Computer vision based robotic weed control system for precision agriculture [C]// *Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI)*, 2017 International Conference on. Udupi, India: IEEE, 2017: 1201 - 1205.
- [4] CHEN B H, HUANG S C. An advanced moving object detection algorithm for automatic traffic monitoring in real-world limited bandwidth networks [J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2014, 16(3): 837 - 847.
- [5] JOSHI S, KULKARNI R K. Diffusion based multiresolution filtering algorithms for accurate abnormality detection in medical images [C]// *Advances in Computing, Com-*

- munication and Control (ICAC3), 2017 International Conference on. Mumbai, India: IEEE, 2017: 1 - 5.
- [6] ZHANG G, SUI H, SONG Z, et al. Automatic Registration Method of SAR and Optical Image Based on Line Features and Spectral Graph Theory [C] // Multimedia and Image Processing (ICMIP), 2017 2nd International Conference on. Wuhan, China: IEEE, 2017: 64 - 67.
- [7] XIE X, JONES M, TAM G. Recognition, Tracking, and Optimisation [J]. International Journal of Computer Vision, 2017, 122(3): 409 - 410.
- [8] KIM S H, CHOI H L. Moving target tracking and recognition method for unmanned airborne surveillance systems [J]. Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, 2017, 23(3): 157 - 164.
- [9] 蒋辉, 汪辉, 张家树. 梯度双边滤波的图像去噪 [J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(5): 231 - 235.
- [10] NAIMI H, ADAMOU-MITICHE A B H, Mitiche L. Medical image denoising using dual tree complex thresholding wavelet transform and Wiener filter [J]. Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2015, 27(1): 40 - 45.
- [11] LUO E, CHAN S H, NGUYEN T Q. Adaptive image denoising by targeted databases [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(7): 2167 - 2181.
- [12] CHEN R, LIU X, ZHAI D, et al. Depth Image Denoising via Collaborative Graph Fourier Transform [C] // International Forum on Digital TV and Wireless Multimedia Communications. Singapore: Springer, 2017: 128 - 137.
- [13] BENABDELKADER S, SOLTANI O. Wavelet image denoising based spatial noise estimation [C] // Signal Processing and Intelligent Systems Conference (SPIS), 2015. Tehran, Iran: IEEE, 2015: 83 - 87.
- [14] ZHANG F, LIU Z. Image Denoising Based on the Bivariate Model of Dual Tree Complex Wavelet Transform [C] // Computational Intelligence and Security (CIS), 2015 11th International Conference on. Shenzhen, China: IEEE, 2015: 171 - 174.
- [15] ISMAEL S H, MUSTAFA F M, OKÜMÜS I T. A New Approach of Image Denoising Based on Discrete Wavelet Transform [C] // Computer Applications & Research (WSCAR), 2016 World Symposium on. USA: IEEE, 2016: 36 - 40.
- [16] SRIVASTAVA M, ANDERSON C L, FREED J H. A new wavelet denoising method for selecting decomposition levels and noise thresholds [J]. IEEE Access, 2016(4): 3862 - 3877.

(责任编辑 刘 舸)